

Elementos Orbitales

Juan Fernández Macarrón

Astrofísico

www.astrofacil.com

juan@astrofacil.com

Los seres humanos, para indicar (por escrito, por ejemplo) dónde estuvo, está o estará un cuerpo celeste, como por ejemplo un asteroide o un satélite artificial, que orbita alrededor de otro cuerpo celeste, como por ejemplo la Tierra, hemos acordado usar un determinado sistema de referencia y unas determinadas coordenadas. En este documento pondré como ejemplo el caso de un asteroide que orbita alrededor de la Tierra.

En total necesitamos seis datos (parámetros) para identificar dónde estuvo, está o estará el asteroide. Si conociéramos su posición y velocidad en función del tiempo (su dependencia con el tiempo) podríamos calcular donde estuvo, está o estará en cualquier momento. Lo podemos calcular porque conocemos cómo afecta la gravedad a los cuerpos celestes.

Para expresar esto matemáticamente primero tenemos que acordar qué **sistema de referencia y coordenadas** vamos a usar. El sistema de referencia y coordenadas que todos hemos aprendido en el colegio (que es otro acuerdo hecho por los seres humanos) consiste en tres ejes perpendiculares entre sí, a los que llamamos x, y, z con unas rallitas equidistantes unas de otras que indican distancias unidad (cm, m, Km, o cualquier otra distancia). Una vez elegido esto podemos expresar matemáticamente que si conocemos $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ y $v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$ entonces podemos calcular dónde estuvo, está o estará el asteroide en cualquier momento.

Aunque no vamos a realizar estos cálculos en este documento no viene mal recordar que la fuerza gravitatoria que un cuerpo B (asteroide) siente por la presencia de un cuerpo A (la Tierra) depende de la distancia d que los separa y de las masas (kilogramos) de ambos (M_A y M_B). Newton dedujo que esta fuerza es igual a la masa del cuerpo B (M_B) multiplicada por la aceleración gravitatoria g_A que siente el cuerpo B por la presencia del A. Esta aceleración ya no depende de la masa del cuerpo B.

$$F_B \text{ debido al cuerpo A} = M_B \cdot g_A$$

Newton también dedujo que esta aceleración era proporcional a la masa del cuerpo A (M_A) e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia d que separa los dos cuerpos. La constante de proporcionalidad la llamamos “constante de gravitación universal” y la denotamos con la letra G (mayúscula). No fue Newton quien determinó el valor de G. Fue Henry Cavendish, un físico y químico británico, quien realizó el primer experimento que permitió estimar el valor de G.

Normalmente solemos ver escrito que “un cuerpo A ejerce una fuerza sobre un cuerpo B”. Solemos decir que la Tierra ejerce una fuerza gravitatoria sobre el asteroide. Yo prefiero

expresarlo del modo descrito anteriormente. Es decir, “fuerza que siente el cuerpo B debido a la presencia del cuerpo A” pues de esta forma queda claro que la fuerza se siente en la posición del cuerpo B. Es el cuerpo B el que siente una fuerza. Es sobre el cuerpo B sobre el que se ejerce una fuerza debido a la presencia de otro cuerpo, dejando claro que lo que los físicos llaman “vector fuerza” parte del cuerpo B y se dirige hacia el cuerpo A. Es por ello que prefiero decir que el asteroide siente una fuerza hacia la Tierra debido a la presencia de la Tierra. En cualquier caso ambas expresiones son equivalentes.

Matemáticamente expresamos entonces que la fuerza gravitatoria que un cuerpo B (asteroide) siente por la presencia de un cuerpo A (la Tierra) es:

$$F_{B \text{ debido a } A} = M_B \cdot (G \cdot M_A / d^2)$$

Este sistema de referencia y coordenadas permite calcular las funciones $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ y $v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$. Sin embargo, para que el cálculo sea sencillo debemos elegir dos de los ejes (el x y el y, por ejemplo) en el plano de la órbita del asteroide. El eje z quedaría perpendicular al plano de la órbita. También conviene elegir uno de los dos ejes del plano (el y, por ejemplo) en la dirección del eje de simetría de la órbita (ya sea una elipse, una parábola o una hipérbola). Esta elección de ejes, aunque facilita el cálculo de posiciones y velocidades, no es muy acertada a la hora de apuntar un telescopio al firmamento y ver el asteroide pues los ejes de giro de nuestros telescopios no tienen nada que ver con los ejes x, y, z. elegidos anteriormente. Es por ello que hemos decidido usar otro sistema de referencia y coordenadas que llamamos “**Sistema Kepleriano**”, en honor a Johannes Kepler, astrónomo y matemático alemán que las usó a finales del siglo XVI y principios del XVII. En el *Sistema Kepleriano* también se necesitan seis parámetros (parámetros orbitales). Son otros seis parámetros que llamamos “**elementos orbitales del asteroide**”.

Como ya he mencionado antes no es objeto de este documento ni el cálculo de fuerzas gravitatorias ni el cálculo matemático del valor de los elementos orbitales, posiciones o velocidades. El objeto de este documento es sencillamente definir y visualizar claramente cuáles son esos seis elementos orbitales. Es decir; el objetivo es conocer perfectamente el *Sistema Kepleriano* y sus seis elementos orbitales.

En este documento supondremos el caso ideal de un asteroide (esférico y homogéneo) orbitando alrededor de la Tierra en una órbita perfectamente elíptica, cosa que se conseguiría si no hubiera perturbaciones gravitatorias causadas por otros planetas o por el Sol y si no hubiera efectos de marea causados por la no perfecta esfericidad y homogeneidad de la Tierra. Por ello, también supondremos que la Tierra es perfectamente esférica y homogénea. Todo ello bajo el marco Newtoniano (no relativista). En resumen; en este documento supondremos que el asteroide realiza, alrededor de la tierra, una elipse perfecta. El centro de la Tierra será, por tanto, uno de los focos de la elipse. Nuestro sistema de referencia no es el centro de masas de los dos cuerpos. En nuestro sistema de referencia no es el centro de masas lo que dejamos “inmóvil” en el espacio. Es el centro de la Tierra. No importa que la Tierra gire sobre sí misma. Eso es irrelevante para el sistema de referencia y para la órbita del asteroide. Es decir, es independiente de los elementos orbitales. Que la Tierra gire sobre sí misma sólo afecta a las observaciones del asteroide (a su posición en el cielo). No afecta a sus parámetros orbitales. Es

el centro de la Tierra lo que, en el sistema Kepleriano, permanece inmóvil (en uno de los focos de la elipse).

En realidad, debido a perturbaciones gravitatorias causadas por otros cuerpos celestes y por los efectos de marea causados por el cuerpo atractor el valor de los elementos orbitales de un asteroide son variables en el tiempo. Es decir; una vez elegido un determinado sistema de referencia, el plano orbital no se mantiene fijo e inmóvil respecto a ese sistema de referencia. Se mueve, haciendo que los elementos orbitales no tengan un valor constante. Su valor cambia con el tiempo. En este documento no vamos a tratar ni estas perturbaciones ni estos cambios con el tiempo.

El sistema de referencia Kepleriano y sus seis elementos orbitales

Para dominar realmente cuál es el sistema de referencia y cuáles son los seis elementos orbitales de un asteroide que orbita alrededor de la Tierra con una órbita elíptica debemos seguir los siguientes pasos:

PASO 1.- Elección del **origen del sistema de referencia**. Lo llamaré punto O.

Es bastante lógico elegir el **centro del planeta Tierra** como origen de este sistema de referencia pues el asteroide orbita alrededor del centro de la Tierra. No orbita alrededor de nuestro telescopio. Estamos eligiendo que ser el centro de la Tierra la que va a permanecer inmóvil en uno de los focos de la elipse.

La órbita del asteroide se realiza en un plano. La posición de un plano la solemos definir en relación a otro plano de referencia. Por ejemplo, decimos que la muralla de un castillo está inclinada porque usamos el suelo como plano de referencia. Usamos el suelo porque sabemos que el suelo no cambia respecto a la pared del castillo. La pared del castillo siempre está igual de inclinada respecto al suelo. Estará más o menos inclinada pero su inclinación no cambia. De la misma forma, para hablar del plano de la órbita de un asteroide necesitamos un plano de referencia que no cambie respecto al plano de la órbita del asteroide. La elección de este plano de referencia será el siguiente paso.

PASO 2.- Elección de un **plano de referencia que pasa por el origen elegido en el PASO 1 y elección de la “parte de arriba del plano” y “parte de abajo del plano”**.

Este plano de referencia lo llamaré **plano P**. El plano P no es el plano de la órbita del asteroide. Es un plano de referencia sobre el que posteriormente colocaremos el plano orbital del asteroide.

Es bastante lógico elegir el plano de la **órbita de la Tierra alrededor del Sol (plano de la eclíptica)** como plano de referencia que pasa por el origen de nuestro sistema de referencia (la Tierra). Los seres humanos hemos acordado llamar "**parte de arriba del plano**" (o hemisferio norte eclíptico) al lado del plano en el que veríamos la Tierra orbitar en sentido contrario a las agujas del reloj (giro levógiro). Desde "**la parte de abajo del plano**" (o hemisferio sur eclíptico) veríamos la Tierra orbitar en el sentido de la agujas del reloj (giro dextrógiro).

Volviendo al símil del muro del castillo seguro que siempre, y de forma inconsciente, situamos la orientación de ese muro en relación a la carretera o camino por el que has llegado al castillo. En realidad situamos la orientación de la base del muro (que es una línea recta, intersección del suelo y la pared del muro). La base del muro puede estar en la misma dirección que el camino o estar perpendicular o formar un cierto ángulo. Ese camino se convierte en una dirección de referencia. En el suelo hemos elegido una dirección de referencia (el camino) y un sentido (el sentido en el que caminábamos para llegar al castillo). Ya hemos decidido que en nuestro sistema de referencia Kepleriano el "suelo" es el plano de la eclíptica. La elección de una dirección de referencia en ese plano de la eclíptica será el siguiente paso que debemos realizar. Todavía no estamos hablando de elementos orbitales. Sólo estamos definiendo (eligiendo) el sistema de referencia.

PASO 3.- Elección de una **dirección y sentido específicos sobre el plano P desde el origen O.**

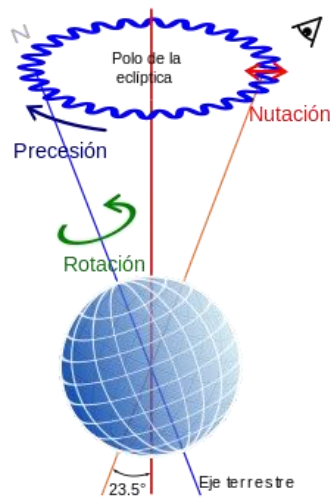
Ya hemos elegido el plano P de referencia y un punto en él (el origen O). ¿Qué dirección y sentido (los matemáticos lo llaman "vector") particular sobre este plano P, partiendo del origen O, elegirías tú?

Ten en cuenta que aunque el plano de referencia es el de la eclíptica, no es la Tierra la que orbita en ese plano alrededor del Sol. Es precisamente lo contrario. Hemos fijado la Tierra como origen del sistema de referencia. Por tanto, en este sistema de referencia, es el sol el que orbita alrededor de la Tierra. Podríamos elegir como dirección y sentido el "vector" que va desde la Tierra hacia el Sol el 18 de mayo, por ejemplo, pero esa elección cambia cada segundo que pasa, lo cual no es muy acertado a la hora de hablar de la órbita de un asteroide que orbita alrededor de la Tierra y que lo hace de forma independiente a cómo lo haga el Sol.

Debemos elegir un vector (una dirección y sentido), independiente del Sol, que permanezca lo más estático posible respecto al propio plano de la eclíptica y también respecto al plano orbital del asteroide. Es decir, respecto al fondo de estrellas.

Como sabes, el eje de la Tierra está inclinado unos $23,5^\circ$ respecto a la perpendicular al plano de la eclíptica (Plano P) y casi casi casi mantiene su dirección mientras orbita

alrededor del Sol. En realidad el eje no mantiene su dirección eternamente pues existe lo que llamamos *movimiento de precesión del eje terrestre*. El eje de la tierra se bambolea como una peonza alrededor del eje de la eclíptica describiendo un cono imaginario. Da una vuelta en 26.000 años aproximadamente. El eje terrestre tampoco mantiene el ángulo (debido al *movimiento de nutación*). El eje además de subir y bajar variando el ángulo un total de 9 segundos de arco también se mueve unos 17 segundos de arco a cada lado del valor medio de desplazamiento del Punto Aries. La *nutación* fue descubierta en 1728 por el astrónomo inglés James Bradley.



Debido a estos valores podemos afirmar que en nuestro sistema de referencia el eje terrestre está prácticamente fijo, apuntando actualmente muy cerca de la estrella Polar. Por tanto, el plano ecuatorial de la Tierra, al ser perpendicular a este eje, también permanecería prácticamente fijo. La intersección de los dos planos (plano de la eclíptica y plano ecuatorial terrestres) siempre forma una línea recta, que llamamos "**línea de nodos**" (es la base del castillo en el símil del paso 2). Esta "línea de nodos" va girando poco a poco debido al movimiento de precesión del eje terrestre. Siempre está en el plano P y siempre pasa por el origen O, pero acabaría dando una vuelta entera en aproximadamente 26.000 años. Ignoraremos el movimiento de nutación. Por ello, al hablar de los elementos orbitales de un asteroide siempre deberemos indicar la fecha. Se suele indicar la fecha en múltiplos de 50 años pues la variación del eje terrestre en 50 años no es muy grande.

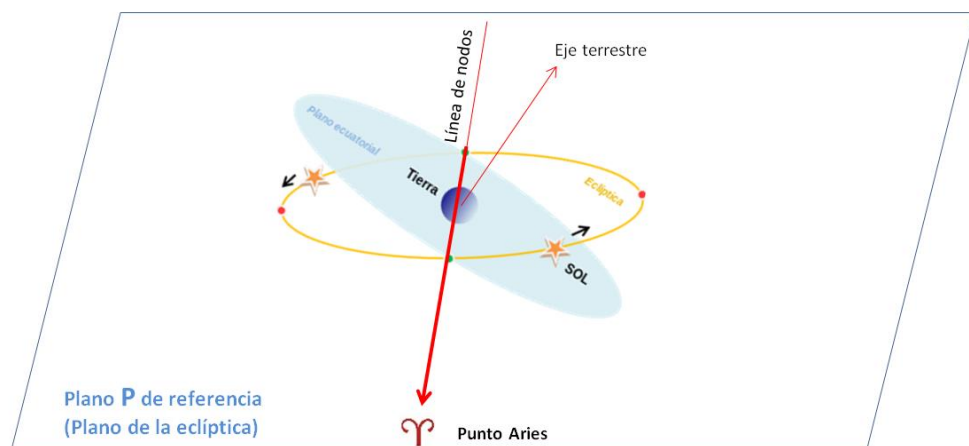
Esta recta (línea de nodos) nos puede servir como "dirección" privilegiada para nuestro sistema de referencia pues cumple que pasa por el origen O, está sobre el plano P y está bastante fija respecto al fondo de estrellas.

Ya tenemos la "dirección" pero nos falta el "sentido" pues una recta tiene dos "sentidos". Es decir; nos falta definir hacia donde apunta el "vector". Los seres humanos, nuevamente, debemos acordar qué "sentido" tomar.

Si te inclinas en tu casa 23.5° mirando hacia el suelo (como si fueras el eje terrestre y el suelo el plano de la eclíptica) manteniendo tus piernas y pies paralelos, claramente puedes imaginar la recta que pasa por tus dos pies (perpendicular a la dirección de

inclinación) y claramente sabes lo que significa “hacia la derecha”. Es así de sencillo. Hacia la derecha es el “sentido” de la recta que vamos a tomar para nuestro sistema de referencia. Es decir; inclinándonos según el eje de giro terrestre, hemos acordado que el “sentido” del vector sea el sentido “derecha” de la “línea de nodos”. Hemos acordado definirlo así. Ese “sentido” apunta a lo que llamamos el “**Punto Aries**” (punto en el fondo de estrellas) y lo denotamos con el siguiente símbolo: ♈.

Es fácil ver que ese “sentido” es el del momento en el que el Sol atraviesa el plano ecuatorial terrestre (en color azul en el siguiente esquema) desde abajo hacia arriba (desde el hemisferio sur ecuatorial hacia el hemisferio norte ecuatorial), cosa que ocurre todos los años el equinoccio de primavera (sobre el 21 de marzo), iniciándose la primavera en el hemisferio norte terrestre y el otoño en el hemisferio sur. Recordemos que en nuestro sistema de referencia es el Sol el que se mueve, no la Tierra. A ese punto (no dirección) lo llamamos “**nodo ascendente**” pues el Sol lo atraviesa ascendiendo (de abajo a arriba). Ese punto suele ser señalado en ocasiones como el Punto Aries, aunque en realidad no son lo mismo. El Punto Aries es un punto situado en el infinito (en el fondo de estrellas). El nodo ascendente es un punto asociado a la posición de un cuerpo celeste (en este caso el Sol).



Date cuenta de que el concepto “parte de abajo del plano ecuatorial terrestre” es otro acuerdo al que hemos llegado los seres humanos. Hemos elegido un polo norte terrestre (“arriba”) y un polo sur terrestre (“abajo”).

Actualmente el Punto Aries ♈ no está sobre la constelación Aries (debido al movimiento de precesión del eje terrestre). El punto contrario al Punto Aries lo llamamos Punto Libra (el otro “sentido” de la línea de nodos). El Punto Libra es irrelevante en este documento.

Ya se ha mencionado que para determinar el valor de los elementos orbitales de una asteroide siempre hay que indicar la fecha (los astrónomos dicen “época”) ya que el movimiento de precesión del eje terrestre hace que el Punto Aries vaya “viajando” por el fondo de estrellas (pero siempre en el plano de la eclíptica) al pasar los años,

realizando un círculo completo en 26.000 años. La nutación y otros movimientos más pequeños que tiene el eje terrestre se suele ignorar cuando se habla de elementos orbitales.

Por supuesto, el eje de la eclíptica también cambia al pasar los años mientras el Sol da vueltas alrededor del centro de nuestra Galaxia Vía Láctea, y nuestra Galaxia también se mueve, pero estos cambios son insignificantes en muchos millones de años. También los ignoraremos al hablar de elementos orbitales. Por otra parte, aunque no los ignoráramos no afectarían a los seis elementos orbitales de nuestro asteroide pues estamos moviendo todo el sistema de referencia. El plano de una casa no cambia por el hecho de que la Tierra esté girando. Al girar la Tierra es evidente que se mueve el plano de la casa pero la colocación de las habitaciones (elementos orbitales) sigue siendo la misma respecto a ese plano.

PASO 4.- Elección de la primera característica de la órbita del asteroide **-su plano orbital – y PRIMER ELEMENTO ORBITAL = Longitud del nodo ascendente (ángulo Ω) de la línea de nodos de la órbita del asteroide.**

Siguiendo el símil del paso 2 se trata de ver el ángulo que forma la base del muro con la dirección y sentido del camino.

El plano de la órbita del asteroide es un plano que pasa por el centro de la Tierra (por el origen O) pues el asteroide orbita alrededor de la Tierra. Esto es obvio. Es muy raro que un asteroide orbite justo en el plano de la eclíptica. Por tanto, el plano orbital del asteroide cortará al plano de la eclíptica en una recta llamada “línea de nodos” de la órbita del asteroide (la intersección de dos planos siempre es una recta). No confundas esta línea de nodos del asteroide con la línea de nodos que nos permitía definir el Punto Aries. Ambas líneas están sobre el plano de la eclíptica, pero son líneas diferentes.

La línea de nodos del asteroide formará un ángulo Ω con la dirección específica que obtuvimos en el PASO 3 (dirección del Punto Aries Υ). En realidad dos rectas forman siempre dos ángulos suplementarios (suman 180°), uno “agudo” menor de 90° y otro “obtuso” mayor 90° . De hecho si hablamos de rectas con “sentido” (vectores) en realidad pueden formar un ángulo mayor de 180° . Esto ocurre por otro acuerdo al que hemos llegado los humanos. Hemos decidido y acordado medir esos ángulos empezando en el primer vector, girar en el sentido contrario de las agujas del reloj (giro levógiro) y ver cuántos grados de arco son necesarios para llegar al segundo vector. Por tanto el ángulo Ω puede estar comprendido entre 0° y 360° pues se trata de un ángulo entre dos vectores. Esto se suele representar matemáticamente así:

$$0^\circ \leq \Omega < 360^\circ$$

Por tanto, para determinar el ángulo Ω hay que dotar de “sentido” a la dirección de la línea de nodos del asteroide. Para ello debemos obtener (con observaciones con telescopio) el sentido de giro del asteroide en su órbita. El asteroide, cada vez que

orbite la Tierra, atravesará el plano de la eclíptica dos veces. Una de arriba abajo y otra de abajo a arriba. El punto en el que el asteroide atraviesa el plano de la eclíptica de abajo a arriba determina el “sentido” de la línea de nodos de la órbita del asteroide. No es necesario aún determinar la órbita con las observaciones. Sólo es necesario saber dónde está el asteroide en el momento en el que atraviesa la eclíptica de abajo a arriba. Este punto se suele representar con el mismo símbolo que el ángulo Ω y se suele llamar **nodo ascendente de la órbita del asteroide**, aunque la palabra “ascendente”, en este caso, no tiene nada que ver con lo que haga el Sol. La palabra ascendente hace referencia a cómo atraviesa el asteroide el plano de la eclíptica.

En los dibujos que veas representando los elementos orbitales de un asteroide no debes confundir el punto Ω (nodo ascendente de la órbita) con el ángulo Ω (ángulo entre la dirección del Punto Aries Υ y la dirección del nodo ascendente Ω).

El caso es que ya tenemos dos rectas con su “sentido” (dos “vectores”). Un vector apuntando hacia el Punto Aries Υ y otro apuntando hacia ese punto Ω en el que el asteroide atraviesa el plano de la eclíptica de abajo a arriba. Por tanto, el ángulo Ω queda perfectamente definido, entre 0° y 360° .

Hemos decidido llamar a este ángulo Ω **“Longitud del nodo ascendente de la línea de nodos de la órbita del asteroide”**. Normalmente si estamos hablando o escribiendo sobre los elementos orbitales de un asteroide se abrevia como **“Longitud del nodo ascendente Ω ”**, pero es conveniente especificar de forma explícita de qué objeto celeste es esa “línea de nodos”, pues el sistema Sol-Tierra también tiene su “línea de nodos” (la que indicaba el Punto Aries Υ).

Es bueno darse cuenta de que, por ahora, no estamos especificando la inclinación del plano de la órbita del asteroide. Eso será el siguiente elemento orbital. Por ahora sólo estamos especificando cuál es esa línea de nodos del asteroide y cuál es su orientación respecto a la dirección del Punto Aries Υ . De hecho podría haber infinitos asteroides orbitando alrededor de la Tierra con la misma línea de nodos.

La palabra **“longitud”** usada en este elemento orbital no tiene nada que ver con una distancia. Es un ángulo. Se ha elegido esta palabra por mantener el mismo lenguaje que se usa en nuestro planeta para indicar la posición de un objeto sobre su superficie (latitud y **“longitud”**), que también son dos ángulos.

PASO 5.- Determinación de la **inclinación (ángulo i) de la órbita del asteroide** respecto al plano de la eclíptica. **SEGUNDO ELEMENTO ORBITAL (i) de la órbita del asteroide.**

Ya se ha mencionado en el PASO 4 que hay infinitos planos orbitales de posibles asteroides que pueden tener la misma línea de nodos. Sin embargo, esos asteroides pueden tener una órbita con una inclinación diferente respecto al plano de la eclíptica. Nuestro asteroide es uno de ellos, pero sólo orbita en uno de esos planos. Las observaciones del asteroide realizadas con telescopios en diferentes puntos de su

órbita (observaciones en noches diferentes) son las que deben determinar qué **inclinación (ángulo i) tiene la órbita del asteroide** respecto al plano de la eclíptica. Este es el **SEGUNDO ELEMENTO ORBITAL (i) de la órbita del asteroide**.

La inclinación i es un ángulo que varía entre 0° y 180° .

$$0^\circ \leq i \leq 180^\circ$$

Esto no suele venir bien explicado en casi ningún texto. De hecho, en los dibujos de elementos orbitales, la órbita siempre viene representada con una inclinación menor de 90° , pero no tiene por qué ser así. Una órbita podría tener el parámetro orbital $i = 120^\circ$, por ejemplo.

Para determinar el ángulo i debemos situarnos en la Tierra (teóricamente en el centro) mirando hacia el punto Ω , con el plano de la eclíptica como plano de referencia para medir ese ángulo i . Cuando el asteroide pasa de abajo a arriba por ese punto Ω lo podemos ver subir hacia la izquierda ($i < 90^\circ$) o bien subiendo hacia la derecha ($i > 90^\circ$). Si lo vemos subir completamente vertical entonces $i = 90^\circ$. Si vemos el punto Ω desde fuera de la órbita (no desde la Tierra) entonces sería al revés.

En realidad el ángulo i se define como el ángulo entre el vector (dirección y sentido) perpendicular al plano orbital del asteroide y el vector (dirección y sentido) perpendicular al plano de la eclíptica.

El sentido del primer vector es “hacia arriba del plano orbital”. El lado “arriba” es el lado desde el que vemos girar el asteroide en sentido contrario a las agujas del reloj (giro levógiro). Este lado “arriba” lo podríamos llamar “hemisferio norte orbital”. Es otro acuerdo al que hemos llegado los seres humanos.

El sentido del segundo vector es “hacia arriba del plano de la eclíptica”. El lado “arriba” del plano de la eclíptica es el lado desde el que vemos girar la Tierra (alrededor del Sol) en sentido contrario a las agujas del reloj (giro levógiro). Este lado “arriba” lo podríamos llamar “hemisferio norte de la eclíptica”.

Es bueno darse cuenta de que, a pesar de haber especificado la dirección y sentido de la línea de nodos del asteroide (Ω) así como la inclinación (i) del plano de su órbita (incluyendo el sentido de giro del asteroide), todavía no hemos dicho nada de la orientación y forma de esa órbita. Sabemos en qué plano está la órbita y sabemos que es una elipse, pero hay infinitos asteroides que podrían orbitar en ese plano con órbitas elípticas diferentes. En todas esas elipses la Tierra sería uno de los focos. Es más, podríamos tener dos órbitas diferentes con la misma forma y tamaño de elipse pero diferente orientación de la elipse (diferente inclinación de la elipse en ese plano). Los parámetros que determinan la orientación y forma de la elipse son los tres siguientes ELEMENTOS ORBITALES:

- Orientación de la órbita (dirección y sentido del eje mayor de la elipse, que representaremos con un ángulo llamado “argumento”).
- Tamaño de la elipse (lo que mide el “semieje mayor” de la elipse).
- Achatamiento de la elipse (concepto llamado “excentricidad”, cuya definición veremos más adelante).

PASO 6.- Determinación de la orientación del eje de la elipse en su plano orbital. **Argumento del periastro (ω).** **TERCER ELEMENTO ORBITAL.**

Determinar la orientación del eje de la elipse consiste en determinar su dirección (ángulo) respecto a la línea de nodos del asteroide, pero también consiste en determinar en qué sentido está el punto más cercano de la órbita (el más cercano a la Tierra).

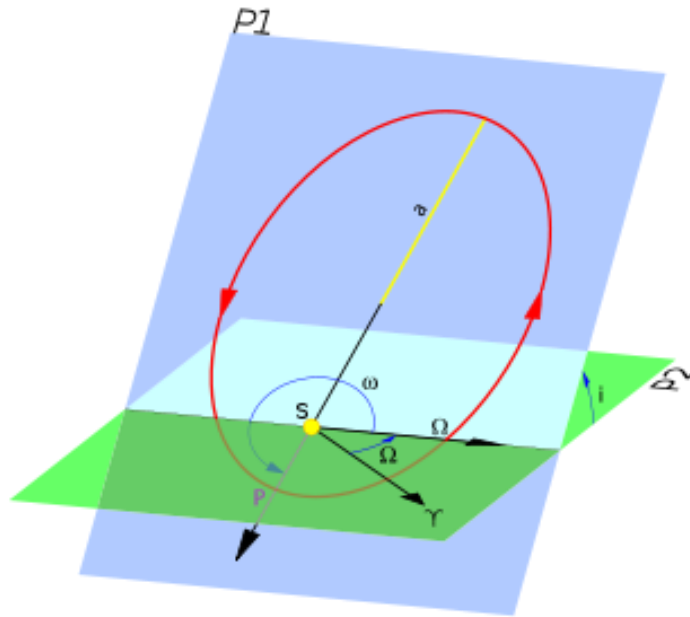
Volviendo al símil del castillo, ahora se trata de ver cómo está colocado un cuadro que está clavado en el muro. El muro ya hemos visto que está inclinado pero el cuadro, a pesar de estar en el plano inclinado del muro puede estar recto o no. El cuadro puede estar inclinado respecto a la base del muro. Se trata de medir ese ángulo de inclinación del cuadro respecto a la base del muro.

El eje mayor de la elipse pasa por la Tierra. Eso es evidente. El eje mayor de la elipse está en el plano orbital del asteroide. Eso también es evidente. Pero ese eje puede estar inclinado de diferentes formas en ese plano (y todas pasan por la Tierra). El punto de la órbita del asteroide más cercano a la Tierra es un punto que llamamos “perigeo”. Cuando el asteroide orbita alrededor del Sol, ese punto se llama “perihelio”. El nombre genérico con el que llamamos a ese punto de distancia mínima, que no depende del nombre del objeto sobre el que orbita, es el de “periastro” o “periapsis”. El punto más alejado de la Tierra se llama “apogeo”, “afelio” en el caso del Sol y “apoastro” o “apoapsis” en el caso genérico.

La línea que une el “perigeo” y el “apogeo” se llama “eje mayor de la elipse” y divide a la elipse en dos partes simétricas respecto a ese eje. La orientación de ese eje nos indica la orientación de la órbita. El perigeo (periastro) nos indica el “sentido”. Hemos acordado en medir el ángulo ω entre el vector del nodo ascendente Ω del asteroide y la dirección y sentido (vector) del perigeo, empezando por el primero y girando en el sentido levógiro (contrario a las agujas del reloj) hasta llegar al segundo.

Por ello, el ángulo ω está comprendido entre 0° y 360° pues representa un ángulo entre dos vectores, no entre dos rectas.

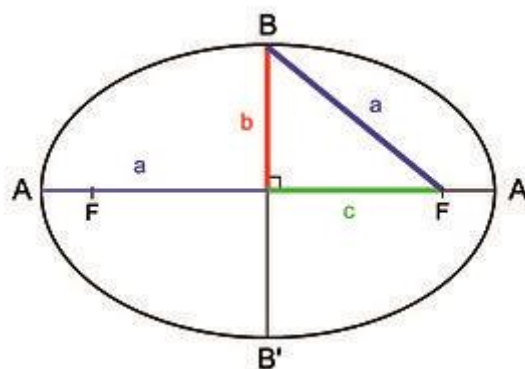
$$0^\circ \leq \omega < 360^\circ$$



Sin embargo, todavía no hemos determinado ni la forma de la elipse (lo achatada que es (excentricidad)) ni lo grande o pequeña que es (ni lo lejos o cerca que está de la Tierra), ni dónde está el asteroide en esa elipse. Por ello necesitamos todavía tres elementos orbitales más.

PASO 7.- Determinación del **tamaño** y **excentricidad de la órbita del asteroide**. **CUARTO ELEMENTO ORBITAL: Semieje mayor (a) de la elipse** y **QUINTO ELEMENTO ORBITAL: Excentricidad (e) de la elipse**.

Normalmente llamamos tamaño de una elipse, al máximo tamaño. Es decir; a lo que mide el eje mayor. No obstante, de la misma forma que cuando hablamos de un círculo no solemos hablar del diámetro sino del radio, cuando hablemos de una elipse es preferible hablar del **semieje mayor (a)** (la mitad del eje mayor). Es importante que te des cuenta de que la Tierra no está en el centro de la elipse. La Tierra está en uno de los focos de la elipse.



En un círculo los dos focos estarían en el centro ($c=0$) y el tamaño del semieje menor (b) coincidiría con el del semieje mayor (a). En una elipse, la separación c de cada foco respecto al tamaño del semieje mayor a es lo que llamamos excentricidad de la elipse.

$$\text{Excentricidad de la elipse: } e = c/a$$

$$0 < e < 1$$

En un círculo $e=0$. En una elipse muy achatada la excentricidad es próxima a 1.

Cuando conocemos el valor del **semieje mayor a** de la órbita, que se expresa en kilómetros (normalmente millones de kilómetros) y se determina el valor de la **excentricidad e** , podemos afirmar que conocemos la forma de la elipse (de la órbita). Como también conocíamos el **argumento del periastro (ω)** podemos afirmar que conocemos la inclinación de la órbita en el plano orbital del asteroide.

Ya conocemos todo sobre el asteroide excepto su posición en la elipse. Para indicar qué posición tiene el asteroide (dónde está) en una determinada fecha hemos acordado usar el último elemento orbital, llamado Anomalía Media M . Ya he mencionado que las fechas se

PASO 8.- Determinación del lugar de la órbita (de la elipse) donde se encuentra el asteroide en una determinada fecha (época). **SEXTO ELEMENTO ORBITAL: Anomalía media M_e para la época dada.**

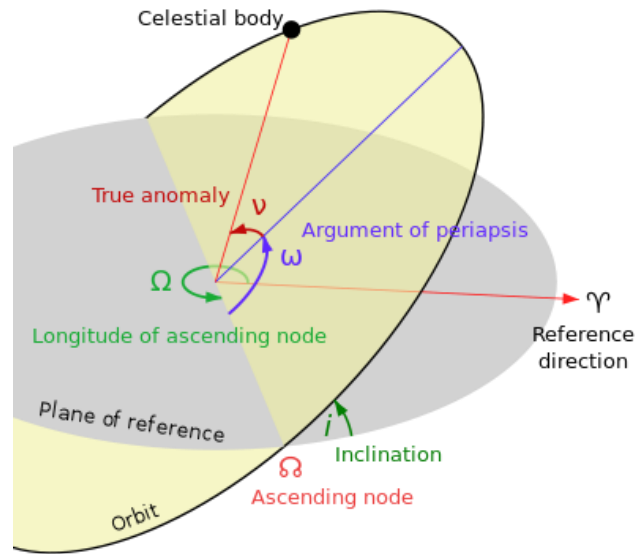
Los seres humanos hemos acordado indicar el lugar donde se encuentra el asteroide como el **ángulo M_e** que hay ente la línea Tierra-perigeo y la línea Tierra-asteroide. A ese ángulo lo llamamos "Anomalía". Si conocemos ese ángulo entonces sabemos dónde está el asteroide. Lógicamente, dicho ángulo varía entre 0° y 360° .

$$0^\circ \leq M_e < 360^\circ$$

Es evidente que el ángulo cambia con el tiempo, pues el asteroide avanza a gran velocidad. Sin embargo, las órbitas elípticas tienen la peculiaridad de que la velocidad del asteroide no es constante. Sólo las órbitas circulares mantienen la velocidad del asteroide constante. En las órbitas elípticas el asteroide tiene velocidad máxima en el perigeo y mínima en el apogeo. Por ello el ángulo no varía linealmente con el tiempo. Decir que no varía "linealmente" significa que si en cinco días el ángulo ha variado 2° , por ejemplo, en los siguientes cinco días el ángulo no variará otros 2° . Si el asteroide está acelerando (porque se acerca hacia el perigeo), en los segundos cinco días el ángulo variará más de 2° .

Si queremos hablar de una variación media de ángulos, para conseguir que el ángulo varíe linealmente con el tiempo, entonces estaremos hablando de la **Anomalía media M_e para la época dada**. Pero si queremos hablar de la variación real de ángulos, sin

que el ángulo varíe linealmente con el tiempo, entonces estaremos hablando de la **Anomalía verdadera V_e para la época dada.**



La forma de expresar el valor de la **Anomalía media M_e para la época dada** es indicar el ángulo en función del tiempo, tomando una fecha/hora concreta como origen. Por ejemplo, si el 12 de julio de 2015 el asteroide pasó por el perigeo. Entonces la Anomalía Media puede expresarse en función del tiempo como

$$M_{12 \text{ de julio de 2015 (perigeo)}} \text{ (expresado en grados)} = k \cdot t$$

Donde k es una constante, que es diferente para cada asteroide. En realidad la constante k se relaciona con el período orbital del asteroide (tiempo en dar una vuelta alrededor de la Tierra) pues al ir aumentando el número de segundos, en algún momento el valor de M será igual 360° , indicando que el asteroide ha dado una vuelta. Por ejemplo, si nuestro asteroide tiene un período orbital de 250 millones de segundos, eso significa que $k = 360/250.000.000 = 0,00000144$. Es decir;

$$M_{12 \text{ de julio de 2015 (perigeo)}} \text{ (expresado en grados)} = 0,00000144 \cdot t$$

Para $t=0$ segundos, el ángulo "Anomalía Media" vale 0°

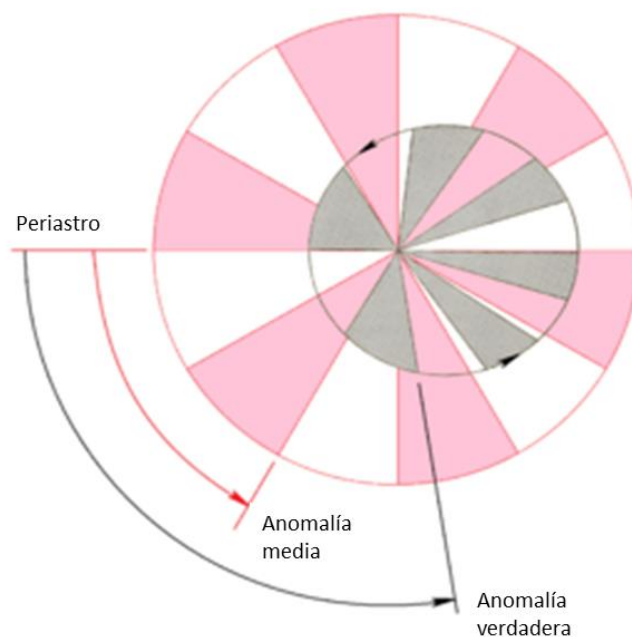
Para $t=250.000.000$ segundos, el ángulo "Anomalía Media" vale 360° , lo cual significa que el asteroide ha dado una vuelta.

En este ejemplo la fecha 12 de julio de 2015 se convierte en la "época" de la Anomalía Media mostrada.

La diferencia entre la *Anomalía media* y la *Anomalía verdadera* puede ser significativa, especialmente cuando la excentricidad es elevada. En el siguiente gráfico se representa una órbita elíptica dividida en sectores de tiempos iguales (de color gris y blanco) y una órbita circular dividida en el mismo número de sectores de tiempos

iguales (de color rosa y blanco). En ocasiones el color rosa de los sectores de la órbita circular se superponen sobre el color blanco de los sectores de la órbita elíptica. Debajo de ese color rosa está el blanco de la órbita elíptica. Es lo único que podría confundirte. Todo lo demás está claramente representado. En el gráfico se muestra un asteroide que ha llegado hasta dos sectores (desde el periastro). La *Anomalía Media* consiste en mirar los dos sectores de la órbita circular. Claramente es ángulo es muy inferior al ángulo correspondiente a la *Anomalía verdadera* (dos sectores de la órbita elíptica).

En este gráfico se aprecia claramente que en la órbita circular el asteroide barre ángulos iguales en tiempos iguales. En el caso de la órbita elíptica no es así. El ángulo no se mantiene constante para tiempos iguales.



Este gráfico no indica que el asteroide orbita en una órbita circular. El asteroide orbita en una órbita elíptica. Este gráfico sólo indica que el elemento orbital llamado **Anomalía media M_e** es el ángulo que barrería el asteroide si este realizara una órbita circular con el mismo período orbital que el de la órbita elíptica real.

La **Anomalía verdadera V_e** es el ángulo real recorrido por el asteroide.

Espero que este documento te haya servido para comprender e imaginar realmente cuáles son los seis elementos orbitales del Sistema Kepleriano.

Te animo a que construyas con cartón dos planos (eclíptica y plano orbital del asteroide) y que dibujes la Tierra y una elipse en uno de ellos. Cortando la mitad de cada cartón podrás insertar uno en otro para que queden como los dos planos (eclíptica y plano orbital del asteroide) representados en los esquemas de este documento. No los pongas perpendiculares. Ponlos con una cierta inclinación. Pinta la dirección y sentido del Punto Aries Υ sobre el cartón del plano de la eclíptica

(invéntate cualquier dirección y sentido). Pinta el nodo ascendente Ω del asteroide. Pinta el eje de la elipse inclinado. Pinta la elipse y pinta el asteroide. Mide los valores de los elementos orbitales de tu maqueta. Que sean valores reales medidos sobre la maqueta. Invéntate un período orbital y una fecha de paso por el perigeo. Pon la fecha en el cartón del plano orbital del asteroide (en el perigeo). Y deduce el tiempo que ha pasado entre la fecha en la que el asteroide estaba en el perigeo y la de la posición en la que has pintado el asteroide. Escribe este tiempo en el cartón. No olvides pintar en el cartón el elemento orbital llamado “Argumento del Periastro” (ángulo ω).

Juan Fernández Macarrón

Abril 2016, Madrid, España

www.astrofacil.com

juan@astrofacil.com

Agradecimientos a Wikipedia por los esquemas y gráficos, algunos de los cuales los he modificado ligeramente antes de insertarlos en este documento.