¿Qué son las Unidades de Planck?

Juan Fernández Macarrón

www.astrofacil.com

No voy a responder directamente a la pregunta planteada en el título de este artículo sin antes hablarte de los términos de la respuesta. Quiero contártelo de forma que tú mismo sepas formular la respuesta como si fueras el propio físico alemán Max Planck, que fue quien, en 1899, las definió. Empezar por la respuesta sería como responder a la pregunta ¿cómo se anda? sin hablar primero sobre qué son las piernas. Quiero que seas de los que realmente conocen en profundidad qué son, conociendo todo lo relacionado con la definición. Es por ello que este artículo es un poco extenso.

Voy a pedirte el favor de que hagas el tremendo esfuerzo de darte cuenta de que las palabras *metro*, *segundo*, *kilogramo*, *grado centígrado*, *culombio*, etc. son simples palabras inventadas por el ser humano para llamar de alguna forma a la separación entre divisiones (rayitas) que hemos pintado encima de unas cosas que hemos fabricado llamadas *regla*, *reloj*, *balanza* (peso), *termómetro, amperímetro*, *voltímetro*, etc.

Veamos un ejemplo de qué quiero decir con lo de la separación de las rayitas.

Al salir el Sol, la temperatura del aire va aumentando poco a poco, a su ritmo. Lo hace independientemente de si existen termómetros o no. Lo hace independientemente de la existencia del ser humano. Somos los seres humanos los que hemos pintado rayitas en un tubito lleno de mercurio (con una separación que hemos elegido nosotros) y, cada vez que vemos que el mercurio llega a una rayita nueva, decimos que la temperatura ha aumentado un grado. ¿Crees que un extraterrestre diría lo mismo? Pues no. Un extraterrestre, no sólo utilizaría otra palabra y sonido diferente a "*grado*", sino que sus rayitas estarían separadas de forma distinta a la de nuestros termómetros.

A lo mejor los extraterrestres han dividido en 1000 partes, y no en 100, los dos puntos del tubito donde llega el mercurio cuando lo metes en agua en su punto de evaporación y en su punto de congelación. De hecho, si no tienen 5 dedos en cada mano (ó 10), es probable que no lo hayan dividido en un múltiplo de 10 de partes. A lo mejor ellos hacen termómetros con otro elemento químico diferente al mercurio. A lo mejor ellos lo meten en amoniaco en vez de agua para medir su punto de congelación y evaporación. Fijaos si es fácil que otras civilizaciones tengan otra separación entre rayitas que incluso los seres humanos la tenemos. De hecho usamos diferentes separaciones entre rayitas. Ahí tenéis la escala Fahrenheit, que algunos seres humanos se empeñan en seguir usando.

Lo mismo es aplicable a las *reglas* (de medir distancias), con sus rayitas.

Lo mismo es aplicable a los *relojes* de medir duraciones, con sus rayitas y sus manillas o con su tic-tac sonoro.

Lo mismo es aplicable a las *balanzas* de medir pesos (no masas), con sus rayitas y manillas.

Lo mismo es aplicable a los *voltímetros*, a los *amperímetros*, a los *dinamómetros* y a todos los aparatos construidos por los seres humanos.

De esta forma los seres humanos utilizamos muchas "escalas", inventadas por nosotros, para cuantificar variaciones de muchas propiedades físicas diferentes encontradas en la naturaleza.

Normalmente solemos dibujar esa separación entre rayitas en función de la magnitud de lo que nos ocurre en la vida cotidiana. Si fuéramos gigantescos hubiéramos elegido otra distancia para representar la distancia "1 metro". Si no tuviéramos agua o mercurio en nuestro planeta, seguro que hubiéramos elegido otra distancia para pintar nuestros termómetros. Si fuéramos microscópicos seguro que nuestras balanzas tendrían las rayitas pintadas de otra forma.

Menciono tanto las rayitas porque nos basamos en ellas para hablar de variaciones en la magnitud de las diferentes propiedades físicas de la naturaleza. Las unidades de medida que usamos representan ciertas variaciones de magnitudes. Otras unidades de medida representarían otras variaciones, como la escala Fahrenheit de temperatura, por ejemplo.

En principio, podemos usar la escala que queramos para medir variaciones de magnitudes de propiedades físicas. Sin embargo; es conveniente que todos los seres humanos usemos las mismas "escalas" (separaciones entre rayitas). Es conveniente que usemos las mismas "unidades de medida". Afortunadamente, en casi todo, sí lo hacemos.

Hemos construido máquinas para medir magnitudes de propiedades físicas, y al medirlas, obtenemos valores numéricos (que se refieren a cuántas rayitas hemos alcanzado en al aparato utilizado). Obtenemos valores numéricos con decimales (en muchos casos con muchos decimales). Los decimales los sabemos porque somos seres inteligentes y hábiles capaces de construir esas máquinas con más rayitas pequeñas dividiendo el espacio que hay entre rayitas grandes.

Con esas máquinas medimos, por ejemplo, la *velocidad de la luz en el vacío*, obteniendo el conocido valor numérico de **300.000 Km/s** (valor redondeado). Expresado en *m/s* la ***velocidad de la luz en el vacío*** es **300.000.000** ***m/s*** (trescientos millones de metros en un segundo), que es la cifra que utilizaré en este artículo. Es decir, la luz recorre 300.000.000 de rayitas de nuestra *regla* mientras la manilla de nuestro *reloj* recorre una rayita de las que hay pintadas en el reloj. Esa cifra tan larga la representamos con la letra ***c***.

Por tanto; la ***velocidad de la luz en el vacío*** = ***c*** = **300.000.000** ***m/s*.**

En notación científica se expresa así: ***velocidad de la luz en el vacío*** = ***c* = 3** $\times$ **10**^{8} ***m/s***.

El valor exacto es ***c*** = 2.99792458 $\times$ 10^{8} m/s. En este artículo mantendré generalmente la notación convencional que es la que conoce la mayoría. Por tanto, la luz viaja en el vacío a la velocidad exacta de 299.792.458 *m/s*.

Digo que esta cifra es exacta porque el ser humano ha decidido <u>definir</u> el "*metro*" como la distancia que recorre la luz en un determinado intervalo de tiempo fijo y exacto, definido por nosotros en base a algo de duración fija que hemos encontrado en la naturaleza. Por otra parte también hemos decidido definir el "*segundo*" como un múltiplo (nº entero) de esa duración fija. Es una duración fija bajo unas condiciones fijas definidas por el ser humano. Por eso la velocidad de la luz es una cifra exacta. En realidad no medimos la velocidad de la luz pues ella misma forma parte de la definición de la regla que vamos a usar para medirla. Es como si uso un caracol y un reloj para dibujar las rayitas en una regla de medir. El caracol inicia su camino sobre una regla sin rayitas. Miro mi reloj y cada *segundo* que pase pinto una rayita allá donde esté el caracol. A la separación entre rayitas la llamo "*caracoldistancia*". Es mi definición de unidad de medida de distancias. Obviamente, si mido la velocidad del caracol obtendré que va a una velocidad de 1 *caracoldistancia/segundo*. Si todos los caracoles del universo viajaran a la misma velocidad que la del que ha llenado de babas mi regla podríamos usar los caracoles para fabricar reglas. Pero esto no es así. No todos van a la misma velocidad. No hemos encontrado nada en el universo que viaje siempre a la misma velocidad excepto la luz en el vacío. Es por ello que la usamos para pintar las rayitas de nuestras reglas de medir distancias. Está técnica es válida si nos aseguramos de que los "*segundos*" siempre duran lo mismo. Creemos que así es. Resulta que también hemos encontrado algo en la naturaleza que siempre dura lo mismo. Esa duración es tan extremadamente breve en comparación con las cosas que nos pasan en la vida que hemos preferido usar un múltiplo de ella y llamar a esa nueva duración "*segundo*".

Concretamente, el "*segundo*" <u>se define</u> como la duración de 9 192 631 770 oscilaciones de la radiación emitida en la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del isótopo 133 del átomo de cesio (^{133}Cs), a una temperatura de 0 K. (-273 grados Centígrados). Lo importante ahora no es entender qué son los niveles hiperfinos ni lo que es un isótopo. Lo importante es que sepas que hemos elegido una duración que hemos encontrado en la naturaleza y la hemos tomado como duración "patrón" y todas la demás duraciones y eventos de la naturaleza los comparamos con este "patrón". Como ya he mencionado este patrón es tan breve (dura menos que la nueve mil millonésima parte de un segundo) que no nos es muy útil para medir duraciones de eventos de nuestra vida cotidiana. Es por ello que hemos definido otro "patrón", que llamamos "*segundo"* que es un múltiplo del patrón anterior. Al fin y al cabo el "*segundo*" sigue siendo otro patrón pues es un número fijo de veces el otro patrón. Por tanto, el "*segundo"* es una duración exacta por definición.

Una vez que hemos definido el "metro", basándonos en cómo viaja la luz en el vacío (velocidad constante) y en la definición exacta de "*segundo*", es imposible que la luz no vaya a la velocidad exacta de 299.792.458 *m/s*.

Dejemos que el ser humano hable de "medir" la velocidad de la luz. No obstante tú ya sabes que en realidad es una definición.

Además de saber "medir" la velocidad de la luz también sabemos y podemos medir otras cosas.

Podemos medir la fuerza con la que el Sol atrae a la Tierra, obteniendo un valor numérico. Podemos medir la fuerza con la que se repelen dos electrones, obteniendo un valor numérico. Podemos medir la temperatura de la superficie del Sol, obteniendo un valor numérico. Podemos medir la masa de Júpiter, la de un protón, la frecuencia de una onda de radio o el campo magnético de una galaxia, obteniendo siempre valores numéricos. Algunos de esos valores numéricos son una media estadística de máxima probabilidad pero al fin y al cabo son un resultado numérico. Son siempre un nº de rayitas alcanzadas en la máquina correspondiente (en la escala correspondiente).

Con esos valores numéricos y con muchos otros hemos descubierto el comportamiento de las leyes de la física. Como decía un amigo mío (*Javier Chornet*), hemos mirado dentro de la manga del "Gran Mago" (el que inventó las leyes de *La Naturaleza*) para descubrir el "truco" de la gravedad, el "truco" del electromagnetismo, el "truco" de la fuerza fuerte y el "truco" de la fuerza débil (las cuatro fuerzas de la Naturaleza). Hemos visto qué partículas materiales (quarks y leptones) y qué partículas portadoras de fuerza (fotón, gravitón, gluón y bosones W y Z) esconde en su manga el "Gran Mago". Hemos visto que esas leyes no son caóticas sino que siguen un patrón representable con fórmulas matemáticas. Seguro que conoces muchas de ellas. ¿recuerdas la fórmula de la fuerza de la gravedad entre dos masas? Seguro que sí.

$\mathbf{F = G * (m_1 * m_2) / d^2}$

Siendo ***G*** la constante de Gravitación Universal, ***m1*** y ***m2*** las dos masas y ***d*** la distancia que hay entre ellas.

En realidad los humanos nos dimos cuenta (con nuestras máquinas con rayitas) de que midiendo la fuerza de atracción para diferentes masas y diferentes distancias se cumplía siempre una cosa curiosa. La operación matemática elemental de multiplicar la fuerza por la distancia al cuadrado y dividirlo entre el producto de las dos masas siempre daba el mismo resultado. ¡Curioso! ¡Sorprendente! A ese **resultado numérico** concreto, que siempre es el mismo eligiendo las masas y distancias que elijamos, lo hemos llamado "***Constante de la Gravitación Universal***. Su valor numérico es $6.67384(80) \times 10^{-11}$ m³/(Kg • s²). Lo que hay entre paréntesis (el 80) es la incertidumbre en su valor. Es decir, esas cifras decimales no son exactas. Insisto en que obtenemos este valor porque utilizamos nuestras actuales máquinas con nuestras actuales rayitas (unidades de medida). Escribir esta cifra en las fórmulas matemáticas es un poco tedioso (y poco estético). Por ello hemos decidido representarla con la letra ***G.***

Debido a esa curiosidad resultante de realizar esa sencilla operación matemática a mí me gusta expresar la fórmula anterior de esta otra forma:

$(F \times d^2) / (m_1 \times m_2)$ = constante = *G* = $6.67384(80) \times 10^{-11}$ $m^3/(Kg \cdot s^2)$ **= *Constante de la Gravitación Universal***.

En nuestras mediciones de la fuerza de atracción obtenida para diferentes masas y distancias usadas, si representamos **$(m_1 \times m_2)$** en el eje X y **$(F \times d^2)$** en el eje Y (en un sistema de ejes coordenados) lo que obtenemos es una recta de pendiente 6.67384(80), que es precisamente el valor de *G*.

Hay otras fórmulas matemáticas que seguro que conoces. Una de ellas es la fuerza de atracción o repulsión entre dos cargas eléctricas q_1 y q_2. Ya sabes; mismo signo se repelen y signo contrario se atraen.

Resulta que vuelve a haber otra curiosidad parecida a la anterior. Da la casualidad de que midiendo fuerzas para diferentes cargas y distancias entre ellas siempre se cumple que la siguiente relación matemática da como resultado el mismo valor numérico (la misma constante).

$(F \times d^2) / (q_1 \times q_2)$ = constante = *k* = $8.9875517873681764 \times 10^9$ $Kg\ m^3 / (s \cdot C^2)$ **= *Constante de Coulomb***

Normalmente esta fórmula suele aparecer escrita de la forma:

$\mathbf{F = k \times (q_1 \times q_2) / d^2}$

que seguro que también recuerdas.

En este caso la tal constante ***k*** no lo es tanto, pues depende del medio en el que se encuentren sumergidas las cargas. El valor numérico de ***k*** mostrado anteriormente corresponde al vacío. La fuerza no es la misma si las cargas están metidas en mercurio, por ejemplo. Es decir; la fuerza depende del medio en el que están. Concretamente depende del modo en el que los componentes microscópicos de ese medio se dejan electrizar por la presencia de las cargas q_1 y q_2. Esta propiedad del medio (la resistencia a electrizarse) se llama "*permitividad eléctrica*" y la tal constante ***k*** se relaciona con ella de la forma $k = 1/4\pi\varepsilon$ siendo ε la *permitividad eléctrica* del medio. Si ε es grande, entonces k es pequeña y la fuerza de atracción o repulsión entre las cargas es pequeña. Si el medio es el vacío se le pone un cerito a la *k* y a la letra griega ε (por convenio). La de la *k* muchas veces se omite. Por tanto, la ***Constante de Coulomb en el vacío*** es $k_0 = 1/4\pi\varepsilon_0 = 8.9875517873681764 \times 10^9$ $Kg\ m^3 / (s \cdot C^2)$. El valor mostrado es exacto porque el *Culombio* (C)= *Amperio* • *segundo* es una definición fija y exacta al serlo el "*Amperio*" y el "*segundo*". El *Amperio* es la intensidad fija y constante de corriente que debe circular por dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y situados a <u>una distancia de un metro</u> uno de otro en el vacío, de forma que produzcan una fuerza igual a 2×10^{-7} newton <u>por metro de longitud</u> (fuerza exacta). Si la corriente circula en el mismo sentido por lo dos conductores los conductores se repelen con esa fuerza. Si circulan en sentidos opuestos, los conductores se atraen con esa fuerza. He subrayado la palabra "metro" para que quede claro que el "*Amperio*" tiene que ser algo fijo y exacto por definición pues, como vimos antes, el "*metro*" es algo fijo y exacto por definición.

El señor Max Planck se dio cuenta de que la cifra que obtenemos para estas y otras constantes de la naturaleza salía así (con ese valor numérico) como resultado de haber elegido previamente la separación entre rayitas de nuestras reglas, relojes, balanzas, amperímetros, etc.

Max Plank, fijándose primero en el valor numérico de la constante ***c*** de la velocidad de la luz, se hizo a sí mismo la siguiente pregunta:

¿Cuál debería ser la separación entre las rayitas de nuestra *regla* y de nuestro *reloj* de forma que luego, al medir la velocidad de la luz obtengamos como valor numérico un uno (***c*** = 1). Es decir; que la luz recorra 1 rayita de nuestra *regla* mientras la manilla de nuestro *reloj* recorre una rayita de las que hay pintadas en el reloj. Hay muchas respuestas a esta pregunta. Por ejemplo, si construimos una regla gigantesca y pintamos una rayita cada 300.000 Km, y a esa distancia entre rayitas la llamamos "*megadivisión*" y dejamos nuestro reloj tal cual está (sigue marcando "*segundos*"), con ello conseguiremos que luego, al medir la velocidad de la luz obtengamos un valor numérico de *1 megadivisión/ segundo*. Ya hemos conseguido que ***c*** = *1 megadivisión /segundo*.

Otra elección diferente con el mismo resultado es pintar en la regla una rayita cada 600.000 Km (*supermegadivisión*) y pintar las rayitas de nuestro reloj más separadas de lo que ya están (el doble), llamado a esa separación, por ejemplo, "*doblesegundo*". La manilla tarda un *doblesegundo* en llegar de una rayita a otra del reloj. Si con esta regla y reloj volvemos a medir la velocidad de la luz obtendremos que la luz viaja a una velocidad de 1 *supermegadivisión / doblesegundo*. Hemos vuelto a conseguir que ***c*** = 1.

Pero con estas elecciones de rayitas, al medir el valor de otras constantes de la naturaleza no obtenemos un uno como valor numérico.

Max Planck quería más unos. Quería mas constantes con valor numérico = 1. Por ello se volvió a preguntar:

¿Cuál debería ser la separación entre las rayitas de nuestras reglas, relojes, balanzas, etc., de forma que ***c*** siga siendo = 1 pero que además, al medir la relación entre la fuerza de atracción entre masas o entre cargas y las distancias que las separan obtengamos un uno como valor de ***G*** y $\boldsymbol{K_0}$? Es decir; se trata de obtener ***c*** = 1, ***G*** = 1 y $\boldsymbol{K_0}$ = 1.

Max Planck lo calculó, pero no se contentó con la proeza que acababa de lograr. También quería que otras constantes tuvieran valor numérico = 1. En el fondo buscaba las "Unidades naturales de la propia Naturaleza". Buscaba unas unidades universales que no dependieran de un capricho humano a la hora de pintar rayitas en reglas, relojes, balanzas, termómetros, etc.

Resulta que la naturaleza vuelve a sorprendernos con otra propiedad.

Si tenemos N moléculas de cualquier gas y medimos su presión (P), volumen (T) y temperatura (T), siempre se cumple que:

(P × V) / (N × T) = constante = $1.3806488(13) \times 10^{-23}$ J/K = $\boldsymbol{K_b}$ = ***Constante de Boltzmann***

NOTA: J/K = Julios/grado Kelvin. (1 Julio es la energía cinética (movimiento) de un cuerpo de masa 2 Kg moviéndose a 1 metro/segundo en el vacío).

Quizá conozcas esta fórmula, aunque seguro que la recuerdas escrita de la forma:

$\boldsymbol{P \times V = N \times K_b \times T}$

La Naturaleza también vuelve a sorprendernos con otra propiedad más. Si medimos la energía (*E*) de un rayo de luz (una onda electromagnética) y lo dividimos entre la frecuencia (*v*) de ese rayo (la frecuencia de esa onda) siempre se cumple que:

E / v **= constante** = $6.62606957(29) \times 10^{-34}$ = ***Constante de Plank*** = ***h***

Quizá conozcas esta fórmula, aunque seguro que la recuerdas escrita de la forma:

$\boldsymbol{E = h \times v}$

La frecuencia de algo es el nº de veces/segundo que ocurre algo. En el caso de la luz (que es algo con un campo eléctrico y otro magnético que aumentan y disminuyen alternativamente) su frecuencia es el nº de veces/segundo que el campo magnético (o el eléctrico) se hace máximo (o mínimo). Si construimos una maquinita que dé vueltas y la hacemos girar de forma que de una vuelta cada vez que se haya hecho máximo el campo magnético de la luz, obtenemos que esa maquinita gira con una frecuencia de un cierto nº de vueltas/segundo. Obviamente ambas frecuencias son la misma (la de la luz y la de la maquinita). Pero una vuelta son 360º. A los físicos les gusta usar los ángulos no en grados sino en un ángulo especial llamado “radian”, que es el ángulo cuyo arco mide lo mismo que su radio. Este ángulo (el “radián”) es de 57,3º (valor redondeado). Si haces el cálculo verás que una vuelta (360º) es lo mismo que 2π radianes. Por tanto podemos expresar la frecuencia de la luz en términos de una frecuencia angular expresada en radianes/segundo. Es decir; $\boldsymbol{v = \omega}/2\pi$.

La fórmula anterior queda entonces como: $\boldsymbol{E = h} \times \boldsymbol{\omega}/2\pi$

La constante $\boldsymbol{h}/2\pi$ se usa tanto en toda la formulación matemática que, para simplificar, hemos decidido escribirla con el símbolo $\hbar$. A este símbolo lo llamamos “Constante de Planck reducida”.

También hemos decidido usar la frecuencia angular porque resulta que muchas variaciones de campos eléctricos y magnéticos pueden ser expresadas con funciones trigonométricas y en las funciones trigonométricas es conveniente utilizar los radianes.

En realidad no tenemos que construir ninguna maquinita que dé vueltas pero sí debemos ser conscientes de que si la frecuencia es de 6,28 radianes/segundo es porque el campo eléctrico (o magnético) de la luz se hace máximo (o mínimo) una vez/segundo.

Por tanto, la fórmula de la energía queda:

$\boldsymbol{E = \hbar \times \omega}$

donde $\hbar = h/2\pi$ y $\boldsymbol{\omega}$ es el nº de radianes/segundo

Por tanto:

$\boldsymbol{E} / \boldsymbol{\omega} = \hbar = 1.054571726(47) \times 10^{-34}$ J • s = ***Constante de Planck reducida***

Max Planck quiso calcular cómo debían estar pintadas las rayitas de nuestras máquinas para que, al medir presiones, temperaturas, volúmenes, energías y frecuencias, también la ***Constante de Boltzmann*** $\boldsymbol{K_b}$ y la ***Constante cuántica de Planck reducida*** $\hbar$ tuvieran un valor numérico = 1. Es decir; $K_b = \hbar = 1$.

Al final lo consiguió. Consiguió pintar esas rayitas (hipotéticamente, pues es bastante difícil pintarlas realmente). A las divisiones que obtuvo les puso un nombre específico, pues ya no eran ni metros, ni segundos, ni kilogramos, ni grados, ni culombios.

La verdad es que no les puso un nombre especial (una palabra inventada). Personalmente creo que Planck debería haber inventado unas palabras para expresar sus nuevas unidades de medida. Una palabra que incluyera su propio nombre (como suelen hacer los físicos). Planck, simplemente, llamó así a las nuevas divisiones:

- **Longitud de Planck** (a mí me gusta llamarla ***lplancks o longitudplancks***)
- **Tiempo de Planck** (a mí me gusta llamarla ***tplancks o tiempoplancks***)
- **Masa de Planck** (a mí me gusta llamarla ***mplanck o masaplancks***)
- **Temperatura de Planck** (a mí me gusta llamarla ***gradoplancks o Tplancks***)
- **Carga eléctrica de Planck** (a mí me gusta llamarla ***qplancks o cargaplancks***)

Me he inventado los nombres de la derecha porque sinceramente creo que los nombres que les puso Planck, o quienquiera que se los puso, no parece que tengan implícito su propio significado. No parece que representen una variación concreta y definida de espacio, de tiempo, de masa, de temperatura y de carga eléctrica, diferentes a las que normalmente usamos (los metros, segundos, kilogramos, etc.).

Al leer “*Longitud de Planck*” uno piensa en que eso debe ser un espacio especial de la física que obviamente tiene que estar expresado en “*metros*”. Lo cual es erróneo. Sí se puede indicar su equivalencia en “metros” pero no se expresa en metros. Se expresa en “*Longitudes de Planck*”. Una “*Longitud de Planck*” es una “*Longitud de Planck*” y sí, es una distancia especial, pero lo es al margen de la palabra “metro” y del concepto “metro”.

Lo mismo ocurre con el resto de unidades de Planck. La “*Longitud de Planck*” es la que es. El “*Tiempo de Planck*“ es

el que es. La "*Masa de Planck*" es la que es. La "*Temperatura de Planck*" es la que es. La "*Carga eléctrica de Planck*" es la que es. Si las hubiéramos usado desde nuestro nacimiento te aseguro que no pensarías nunca en los conceptos metro, segundo, kilogramo, grado centígrado o carga.

Por ahora, como no estamos acostumbrados a usarlas, sí necesitamos expresar esas unidades en relación a las que ya usamos (metro, segundo, etc.), pero una cosa es hacer esa relación para imaginar sus dimensiones y otra es no darse cuenta de que las Unidades de Planck tienen su propio significado y que representan ciertas variaciones determinadas de magnitudes físicas. Representan una variación concreta de espacio, de tiempo, de masa, de temperatura, de carga eléctrica, etc.

Obviamente, a Planck le daba igual que sus magnitudes físicas (sus rayitas de reglas, relojes, balanzas, etc.) ya no tuvieran nada que ver con las magnitudes de las cosas y eventos que nos rodean en nuestra vida cotidiana. Él calculó su valor y se limitó a decir:

Señores y señoras, si usamos mis rayitas (mis unidades de medida), y con ellas medimos distancias, tiempos, masas, temperaturas, cargas eléctricas, fuerzas, volúmenes, presiones, etc., obtendremos los siguientes valores numéricos para las constantes principales de la Naturaleza:

$$\boldsymbol{c = G = K_0 = K_b = \hbar = 1}$$

Olé!!!!!!!!

Esta elección tan arraigada a la Naturaleza ha hecho que las Unidades de Planck también sean conocidas y denominadas "*Unidades Naturales*".

La Unidades de Planck (sus hipotéticas máquinas con rayitas separadas como él dijo) no son útiles para medir el tamaño de una persona o un perro. No son útiles para pesar azúcar para hacer un bizcocho. No son útiles para medir la temperatura del agua de una piscina pública, pero sí son útiles para todos aquellas personas (normalmente Físicos) que trabajan con relatividad especial (c), con las leyes de Newton y relatividad general (G), con electrostática (k_0 = $1/4\pi\varepsilon_0$), con mecánica estadística y termodinámica (K_b) y con mecánica cuántica ($\hbar$), pues donde antes ponían c, G, K_0, K_b o $\hbar$ ahora pueden poner un uno o incluso no poner nada (si van multiplicando a los otros factores de las fórmulas matemáticas). Con ello las fórmulas matemáticas se simplifican bastante. Aunque hagamos esta simplificación siempre hay que tener en cuenta, o al menos, ser conscientes, de que en dichas fórmulas (ecuaciones) hay un 1 con sus correspondientes unidades de medida pues si no lo hacemos obtenemos fórmulas matemáticas dimensionalmente erróneas. Por ejemplo; la conocida fórmula $E = m \times c^2$, con las unidades de Planck, quedaría $E = m$. Podría parecer que "*julioplancks*" = "*masaplancks*" lo cual no es dimensionalmente correcto. Se suele decir que las fórmulas matemáticas de la Física, utilizando las unidades de Planck, hay que verlas de forma adimensional. Es decir; que hay que ignorar las unidades y quedarse sólo con las variables y las constantes restantes, operando con ellas sin preocuparnos de la coherencia dimensional.

Resulta que los Físicos teóricos que trabajan con teorías unificadas o con gravedad cuántica utilizan muchas fórmulas en las que intervienen todas estas constantes de la Naturaleza. Para ellos sí es muy útil utilizar las rayitas de Planck (las Unidades de Planck). Sus ecuaciones se simplifican notablemente.

Ahora, que ya conoces todo esto, tú vas a ser quien responda a la pregunta del título de este artículo. Formúlala con tus palabras. Luego, si quieres, busca en Internet su definición y compara tu respuesta con la de Internet.

¿Te animas?

Lo que sí voy a poner aquí es cómo Max Planck calculó cuánto debía separar las rayitas de sus *reglas, relojes, termómetros, balanzas, etc.*

Pondré también otras unidades de medida derivadas de las de Planck.

Estoy convencido de que ya sabes lo que son las Unidades de Planck. También estoy convencido de que comprendes su significado. Por tanto, si con ello ya te sientes satisfecho y orgulloso (es para estarlo pues supone entender las unidades de medida naturales del Universo) no es necesario que sigas el hilo de lo descrito a partir de ahora.

Cálculo del valor de las Unidades de Planck

Antes de realizar el cálculo del valor de las Unidades de Planck debes comprender el concepto de "dimensión de una constante". Una velocidad, por ejemplo, se mide en términos de una distancia (o longitud) recorrida durante un tiempo. Los humanos nos hemos puesto de acuerdo en expresar eso como "*longitud/duración*" o, lo que es lo mismo, "*espacio/tiempo*", o lo que es lo mismo, "L/T", que también puede expresarse como "LT^{-1}". A esto es a lo que llamamos "*dimensión de una constante*". Por ejemplo; la constante ***c*** de la velocidad de la luz se dice que tiene dimensión LT^{-1}.

La siguiente tabla muestra las dimensiones, símbolos y valores de las cinco constantes que Planck consiguió que tuvieran valor = 1.

Curiosidad de la Naturaleza	Nombre de la constante			Valor relativo a las unidades utilizadas en el llamado Sistema Internacional. La incertidumbre en el valor se muestra entre paréntesis.
La luz, en el vacío, recorre siempre el mismo nº de metros en el mismo nº de segundos. No puede ir ni más rápida ni más lenta	Constante de la velocidad de la luz (en el vacío)	c	LT^{-1}	2.99792458×10^{8} m s^{-1} (valor exacto por definición de metro) Redondeando = 300.000.000 m s^{-1}
$F*d^2/(m_1 \times m_2)$ = const	Constante de Gravitación Universal	G	$L^3M^{-1}T^{-2}$	$6.67384(80) \times 10^{-11}$ $m^3Kg^{-1}s^{-2}$
$F*d^2/(q_1 \times q_2)$ = const	Constante de Coulomb (en el vacío)	K_0	$L^3MT^{-2}Q^{-2}$	$8.9875517873681764 \times 10^{9}$ Kg m^3 / (s C^2) (valor exacto por definición de Amperio)
$P*V/(N \times T)$ = const	Constante de Boltzmann	K_b	$L^2MT^{-2}\Theta^{-1}$	$1.3806488(13) \times 10^{-23}$ J/K
E / ω = constante	Constante de Planck reducida	ħ	L^2MT^{-1}	$1.054571726(47) \times 10^{-34}$ J s

L = Longitud, **T** = Tiempo, **M** = Masa, **Θ** = Temperatura, **Q** = Carga eléctrica

Tabla 1: Dimensiones y valores de las constantes principales de la Naturaleza.

Poca gente comprende por qué la columna 3ª (o la 5ª, pues son iguales) de la tabla anterior igualada a la columna 4ª representa un sistema de cinco ecuaciones con cinco incógnitas cuya solución son precisamente las Unidades de Planck.

En este sistema de cinco ecuaciones las incógnitas son **L, T, M, Θ y Q.**

Las constantes ***c, G,*** K_0 **,** K_b**, *ħ*** son puras abreviaturas del valor numérico que hay en la columna 5ª.

Al resolver el sistema, tal cual está expresado en la tabla, obtenemos valores numéricos para **L, T, M, Θ y Q.** Esos valores numéricos en realidad no son las Unidades de Planck. Hablemos con propiedad. Los valores numéricos obtenidos son la longitud, tiempo, masa, temperatura y carga de las Unidades de Planck expresadas en unidades del Sistema Internacional.

Así pues: ***Lp* = L, *Tp* = T, *Mp* = M, *Θp* = Θ y *Qp* = Q** (valores expresados en unidades del Sistema Internacional)**.** En ocasiones, veremos el valor obtenido expresado en función de los símbolos de la 3ª columna en vez de verlo expresado en números (5ª columna)**.**

En casi toda la bibliografía que hay al respecto hay una cosa bastante confusa. La confusión procede de utilizar la letra "c" como abreviatura de la cifra "300.000" o de "300.000.000", independientemente de si la cifra representa una velocidad o no.

Si ya hemos acordado que ***c*** es el símbolo para representar la velocidad de la luz no deberíamos utilizarlo para la abreviatura anterior si la cifra no tiene nada que ver con una velocidad.

De hecho creo que deberíamos utilizar $\boldsymbol{c}_i$ para representar la velocidad de la luz expresada en unidades del Sistema Internacional y $\boldsymbol{c}_p$ para expresar la velocidad de la luz expresada en las Unidades de Planck (cuyo valor será $\boldsymbol{c}_p= 1$). Y, si quieres, simplemente ***c*** como símbolo para no tener que escribir la cifra 300.000.000.

Que el valor numérico de $\boldsymbol{c}_i$ sea 300.000.000 no significa que cualquier 300.000.000 sea $\boldsymbol{c}_{i.}$

Y lo mismo deberíamos hacer para las otras cuatro constantes de la tabla.

Decir que <u>el valor numérico</u> del *Tiempo de Planck* expresado en *segundos* es 300.000.000 veces más pequeño que <u>el valor numérico</u> de la *Longitud de Planck* expresada en *metros* es lo mismo que decir *Tp* = *Lp*/300.000.000. Simplemente estamos comparando valores numéricos. No estamos hablando de velocidad para nada. Sin embargo, en muchos artículos y libros vemos escrito *Tp* = *Lp*/ ***c***, y esto es lo que confunde un poco.

Dicho esto, vamos a ver por qué las "dimensiones de las constantes y sus símbolos" (columnas 4ª y 3ª de la tabla) nos dan los valores numéricos de las Unidades de Planck expresadas en unidades del Sistema Internacional.

Lo que uno puede pensar es que las Unidades de Planck deberían surgir de resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$\mathbf{LT^{-1}} = c = 1$

$\mathbf{L^3M^{-1}T^{-2}} = \boldsymbol{G} = 1$

$\mathbf{L^3MT^{-2}Q^{-2}} = \boldsymbol{K_0} = 1$

$\mathbf{L^2MT^{-2}\Theta^{-1}} = \boldsymbol{K_b} = 1$

$\mathbf{L^2MT^{-1}} = \boldsymbol{\hbar} = 1$

Pero esto no es cierto pues queremos obtener los valores de las Unidades de Planck expresadas en unidades del Sistema Internacional. Hay que usar los valores de la 5ª columna de la tabla anterior.

Para tenerlo más claro lo vamos a ver con la primera de las ecuaciones, que es la más sencilla.

Podemos usar ***c*** como abreviatura de 300.000.000 sabiendo que, en este caso, es una simple abreviatura.

Sabemos que la luz recorre 300.000.000 veces la unidad de longitud del Sistema Internacional (metro) mientras la manilla de tu reloj recorre una vez la unidad de tiempo del Sistema Internacional (segundo). Si dejáramos a la luz recorrer 600.000.000 veces un metro, veríamos que se duplica el tiempo empleado por la luz en recorrerlos (dos segundos). Si dejamos a la luz recorrer 150.000.000 veces un metro, veríamos que se divide por dos el tiempo empleado por la luz en recorrerlos (medio segundo). Si dejáramos a la luz recorrer 100.000.000 veces un metro, veríamos que se divide por tres el tiempo empleado por la luz en recorrerlos (un tercio de segundo). Si dejáramos a la luz recorrer X veces un metro, veríamos que se divide por 300.000.000/X el tiempo empleado por la luz en recorrerlos. Si la distancia X es precisamente la *Longitud de Planck* (*Lp*) entonces veríamos que se divide por 300.000.000/*Lp* el tiempo empleado por la luz en recorrer esa longitud. Ese tiempo tan breve es precisamente el *Tiempo de Planck* (*Tp*). Es decri; *Tp* = 300.000.000/*Lp*.

Con esto vemos que luz recorre una sola vez la *Longitud de Planck* en lo que dura una unidad de *Tiempo de Planck*. Es decir; la luz va a una velocidad $\boldsymbol{c}_p$ = 1 *Longitud de Planck* / *Tiempo de Planck* o como diría yo $\boldsymbol{c}_p$ = 1 *lplancks/ tplancks*

Recordemos que, para abreviar, se suele representar la cifra 300.000.000 con la letra ***c***.

Por tanto, *Tp* = ***c*** */Lp,* o lo que es lo mismo $\boldsymbol{c} = Lp\ Tp^{-1}$, que es la primera de las cinco ecuaciones del sistema de ecuaciones que teníamos que resolver.

Algo parecido podría hacerse con el resto de ecuaciones.

Por tanto los valores de las Unidades de Planck expresados en unidades del Sistema Internacional corresponden a la resolución del sistema de cinco ecuaciones con cinco incógnitas que ya hemos visto. Es decir; hay que resolver el siguiente sistema de ecuaciones. Así de sencillo (por el método de sustitución se resuelve con cierta facilidad).

LT^{-1} = 2.99792458 × 10^{8} = *c*

$L^3M^{-1}T^{-2}$ = 6.67384(80) × 10^{-11} = ***G***

$L^3MT^{-2}Q^{-2}$ = 8.9875517873681764 × 10^{9} = ***K_0***

$L^2MT^{-2}\Theta^{-1}$ = 1.3806488(13) × 10^{-23} = ***K_b***

L^2MT^{-1} = 1.054571726(47) × 10^{-34} = **$\hbar$**

Esto es lo que hizo Max Planck, obteniendo las siguientes soluciones:

Nombre oficial	Nombre que le pongo yo	Dimensión	Valor con símbolos (se suelen representar en minúscula)	Valor numérico expresado en la Unidades del Sistema Internacional
Longitud de Plank	lpancks	Longitud (L)	$L_p = l_p = (\hbar G / c^3)^{1/2}$	1.616199(97) × 10^{-35} m
Tiempo de Planck	tplancks	Tiempo (T)	$T_p = t_p = (\hbar G / c^5)^{1/2}$	5.39106(32) × 10^{-44} s
Masa de Planck		Masa (M)	$M_p = m_p = (\hbar c / G)^{1/2}$	2.17651(13) × 10^{-8} Kg
Temperatura de Planck	Tplancks	Temperatura (Θ)	$\Theta_p = T_p = (\hbar c^5 / G K_b^2)^{1/2}$	1.416833(85) × 10^{32} K
Carga eléctrica de Planck	qplancks	Carga eléctrica (Q)	$Q_p = q_p = (\hbar c / K_0)^{1/2} = (4\pi\varepsilon_0 \hbar c)^{1/2}$	1.875545956(41) × 10^{-18} C

Las cifras de la última columna no son el significado de las Unidades de Planck. Insisto en que las Unidades de Planck son las que son. No tenemos por qué expresarlas en función de las unidades del Sistema Internacional. Responder a la pregunta ¿cuánto mide la Longitud de Planck? tiene el mismo sentido que responder a la pregunta ¿cuánto mide un metro? Cada unidad representa una longitud concreta. Ambas tienen significado propio.

Sabemos que con estas unidades (con estas reglas y relojes con las rayitas pintadas como dijo Planck), al medir la velocidad de la luz obtendremos que viaja a ***c_p*** = 1 L_p/T_p.

Midiendo fuerzas de atracción gravitatoria entre dos masas en función de la distancia que hay entre ellas, obtendremos que ***G*** = 1 $L_p^3 / (M_p T_p^2)$.

Midiendo fuerzas de atracción electrostática entre dos cargas en el vacío en función de la distancia que hay entre ellas obtendremos que ***K_0*** = 1 $L_p^3 M_p / (T_p^2 Q_p^2)$.

Midiendo Presiones, Volúmenes y Temperaturas de un gas del que se conoce el nº de moléculas obtendremos que ***K_b*** = 1 $L_p^2 M_p / (T_p^2 \Theta_p)$.

Midiendo Energías de ondas electromagnéticas y sus frecuencias angulares obtendremos que **$\hbar$** = 1 $L_p^2 M_p / T_p$.

Nada nos impide deducir las unidades de Planck de otras magnitudes físicas. Todas ellas se derivan de las cinco ya mostradas. Mostraré sólo tres de ellas, sacadas de Wikipedia. En Wikipedia tenéis muchas más.

Nombre oficial	Dimensión	Valor con símbolos	Valor numérico expresado en la Unidades del Sistema Internacional
Energía de Plank	Energía (L^2MT^{-2})	$E_P = m_P c^2 = \frac{\hbar}{t_P} = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}}$	1.9561 × 10^{9} J
Fuerza de Planck	Fuerza (LMT^{-2})	$F_P = \frac{E_P}{l_P} = \frac{\hbar}{l_P t_P} = \frac{c^4}{G}$	1.21027 × 10^{44} N
Densidad de Planck	Densidad ($L^{-3}M$)	$\rho_P = \frac{m_P}{l_P^3} = \frac{\hbar t_P}{l_P^5} = \frac{c^5}{\hbar G^2}$	5.15500 × 10^{96} Kg/m^3

Recordemos que las Unidades de Planck son útiles para los físicos teóricos pues en la extrema complejidad matemática de sus teorías aparecen muchas veces todas estas unidades.

En Wikipedia también tenéis algunas de las que usan los físicos cada día, que no son realmente las complejas fórmulas de las teorías unificadas, o las de la gravedad cuántica. Aquí sólo pondré algunas de ellas.

	Forma habitual	Forma simplificada utilizando las Unidades de Planck (no hay que tener en cuenta la coherencia dimensional de las fórmulas)
Ley de Newton de la Gravitación Universal	$F = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}$	$F = -\frac{m_1 m_2}{r^2}$
Ecuaciones de campo de Einstein de la Relatividad General	$G_{\mu\nu} = 8\pi\frac{G}{c^4}T_{\mu\nu}$	$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$
Ley de Planck de la intensidad de emisión de radiación del cuerpo negro	$I(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^3 c^2}\ \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1}$	$I(\omega, T) = \frac{\omega^3}{4\pi^3}\ \frac{1}{e^{\omega/T} - 1}$

Espero que este artículo te haya ayudado a comprender mejor el significado de las Unidades de Planck. También espero que te haya ayudado a comprender mejor muchas otras cosas que he explicado.

No olvides que todas las civilizaciones con una inteligencia avanzada que pudiera haber repartidas por el universo es probable que hayan llegado a las mismas longitudes, tiempos, masas, temperaturas y cargas naturales. Haber logrado esto es un orgullo que compartimos con ellas (si es que existen).

Tú, al conocerlas y comprenderlas compartes de forma personal ese orgullo y satisfacción con todos los seres humanos que las comprenden y con los seres de esas civilizaciones avanzadas que pudiera haber repartidas por todos los rincones del Universo.

¡Enhorabuena!

Juan Fernández Macarrón
Febrero 2012
Astrofísico
juan@astrofacil.com

www.astrofacil.com

www.juanmacarron.com